

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»



ВИЩА МАТЕМАТИКА

ЕЛЕМЕНТИ ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ

Практикум

*Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник Для здобувачів ступеня бакалавра
за технічними спеціальностями*

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2020

Вища математика: Елементи лінійної алгебри. Практикум: [Електронний ресурс] : навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за технічними спеціальностями / КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад.: Є.В. Массалітіна, Г.К. Новикова, З.П. Ординська. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,159Кбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. – 36 с.

Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського (протокол № 8 від 09.04.2020 р.) за поданням Вченої ради фізико-математичного факультету (протокол № 2 від 25.02.2020 р.)

Електронне мережне навчальне видання

ВИЩА МАТЕМАТИКА

ЕЛЕМЕНТИ ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ

Практикум

Укладачі: *Массалітіна Євгенія Вікторівна, канд. фіз.-мат. наук, доц.,*
Новикова Ганна Константинівна, канд. фіз.-мат. наук, доц.,
Ординська Зоя Павлівна, канд. фіз.-мат. наук, доц.

Відповідальний редактор: *Дудкін Микола Євгенович, доктор фіз.-мат. наук, проф.*

Рецензент: *Коваленко Валентина Федорівна, канд. фіз.-мат. наук, доц.*
кафедри МА та ТІ НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського»

Практикум з розділу «Елементи лінійної алгебри» дисципліни «Вища математика» Для студентів технічних спеціальностей містить 30 варіантів, кожен варіант складається з 8 завдань (14 задач).

Самостійне виконання цих завдань забезпечує свідоме оволодіння навчальним матеріалом, який передбачено навчальною програмою з вищої математики для технічних спеціальностей.

Практикум може бути рекомендований в якості розрахункової (самостійної) роботи за темою «Елементи лінійної алгебри».

© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020

ВСТУП

Практикум з розділу «Елементи лінійної алгебри» дисципліни «Вища математика» для студентів технічних спеціальностей, містить систематизовану добірку задач, без вміння розв'язувати які неможлива підготовка сучасного інженера.

Практикум допоможе студентам опрацювати тему «Елементи лінійної алгебри», виробити вміння та практичні навички розв'язування основних задач. Це, в свою чергу, забезпечить успішне засвоєння матеріалу, передбаченого навчальною програмою з вищої математики для технічних спеціальностей НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського».

Даний практикум містить 30 варіантів, кожен варіант складається з 8 завдань (14 задач).

Практикум може бути рекомендований для використання викладачами вищої математики в якості завдань до розрахункової (самостійної) роботи за темою «Елементи лінійної алгебри».

Елементи лінійної алгебри

Варіант №1

Завдання 1. Обчислити визначники.

Визначник б) обчислити 3 способами: 1) за правилом Саррюса; 2) за правилом трикутників; 3) методом розкладання за елементами рядка (стовпця).

Визначник в) обчислити: 1) методом розкладання за елементами рядка (стовпця); 2) зведенням до трикутного вигляду.

$$\text{а)} \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ -2 & 3 \end{vmatrix};$$

$$\text{б)} \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix};$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & -1 & 1 \\ -2 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & -2 & 2 \end{vmatrix}.$$

Завдання 2. Знайти всі можливі добутки матриць $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -4 & 5 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$.

Завдання 3. Обчислити: а) значення виразу $G = 2B^2 - AC - D + B^T - C$; б) значення многочлена $f(x) = x^2 - 3x - 5$ від матриці A , якщо

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 26 \end{pmatrix}.$$

Завдання 4. Розв'язати матричні рівняння: а) $A \cdot X = B$; б) $X \cdot B = C$; в) $A \cdot X \cdot B = D$.

Завдання 5. Для матриці $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & -4 \end{pmatrix}$ знайти обернену матрицю A^{-1} . Перевірити, що

$$A^{-1} \cdot A = E.$$

Завдання 6. Розв'язати СЛАР: а) за формулами Крамера; б) матричним методом; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -8, \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = -11. \end{cases}$$

Завдання 7. Розв'язати однорідну СЛАР. Зробити перевірку: $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 0, \\ -2x_1 + 4x_2 - 6x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases}$

Завдання 8. Дослідити СЛАР на сумісність, знайти загальний розв'язок. Зробити перевірку:

$$\text{а)} \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 + x_4 = -8, \\ 3x_1 - 5x_2 - 5x_3 + x_4 = -11, \\ x_1 - 2x_2 - 5x_3 + x_4 = 1; \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 1, \\ 3x_1 - x_2 - 5x_3 + x_4 = -11, \\ x_1 - 2x_2 - 5x_3 + x_4 = 1. \end{cases}$$

Елементи лінійної алгебри

Варіант №2

Завдання 1. Обчислити визначники.

Визначник б) обчислити 3 способами: 1) за правилом Саррюса; 2) за правилом трикутників; 3) методом розкладання за елементами рядка (стовпця).

Визначник в) обчислити: 1) методом розкладання за елементами рядка (стовпця); 2) зведенням до трикутного вигляду.

$$\text{а)} \begin{vmatrix} 11 & 3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix};$$

$$\text{б)} \begin{vmatrix} 5 & 3 & -1 \\ 7 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix};$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 2 & -3 \\ 0 & -3 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$

Завдання 2. Знайти всі можливі добутки матриць $A = \begin{pmatrix} -6 & 2 \\ -1 & 0 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 3 \end{pmatrix}$.

Завдання 3. Обчислити: а) значення виразу $G = 2AC - B^2 - D + C^T - E$; б) значення многочлена $f(x) = x^2 - 4x + 9$ від матриці A , якщо

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 15 & -1 \end{pmatrix}.$$

Завдання 4. Розв'язати матричні рівняння: а) $A \cdot X = B$; б) $X \cdot B = C$; в) $A \cdot X \cdot B = D$.

Завдання 5. Для матриці $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 4 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ знайти обернену матрицю A^{-1} . Перевірити, що

$$A^{-1} \cdot A = E.$$

Завдання 6. Розв'язати СЛАР: а) за формулами Крамера; б) матричним методом; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 4, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

Завдання 7. Розв'язати однорідну СЛАР. Зробити перевірку: $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 10x_3 = 0, \\ 9x_1 - 3x_2 + 15x_3 = 0. \end{cases}$

Завдання 8. Дослідити СЛАР на сумісність, знайти загальний розв'язок. Зробити перевірку:

$$\text{а)} \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = -3, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = 0, \\ -x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 2, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 + x_4 = 2; \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 4, \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 - 4x_4 = 9, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 5. \end{cases}$$

Елементи лінійної алгебри

Варіант №3

Завдання 1. Обчислити визначники.

Визначник б) обчислити 3 способами: 1) за правилом Саррюса; 2) за правилом трикутників; 3) методом розкладання за елементами рядка (стовпця).

Визначник в) обчислити: 1) методом розкладання за елементами рядка (стовпця); 2) зведенням до трикутного вигляду.

а) $\begin{vmatrix} 7 & 1 \\ -2 & -5 \end{vmatrix};$

б) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \end{vmatrix};$

в) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & -4 & -2 & 2 \end{vmatrix}.$

Завдання 2. Знайти всі можливі добутки матриць $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 0 & 5 & -8 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 3 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$

Завдання 3. Обчислити: а) значення виразу $G = 3AC - B^2 - 2D + C - B$; б) значення многочлена $f(x) = x^2 - x - 5$ від матриці A , якщо

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -4 & 6 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 6 & -7 \\ -14 & 27 \end{pmatrix}.$$

Завдання 4. Розв'язати матричні рівняння: а) $A \cdot X = B$; б) $X \cdot B = C$; в) $A \cdot X \cdot B = D$.

Завдання 5. Для матриці $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & -2 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ знайти обернену матрицю A^{-1} . Перевірити, що

$$A^{-1} \cdot A = E.$$

Завдання 6. Розв'язати СЛАР: а) за формулами Крамера; б) матричним методом; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 = 3. \end{cases}$$

Завдання 7. Розв'язати однорідну СЛАР. Зробити перевірку: $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases}$

Завдання 8. Дослідити СЛАР на сумісність, знайти загальний розв'язок. Зробити перевірку:

а) $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = -6, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 5, \\ 4x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = -1; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 1, \\ 3x_1 + 7x_2 - 2x_3 - x_4 = 4, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 3. \end{cases}$

Елементи лінійної алгебри

Варіант №4

Завдання 1. Обчислити визначники.

Визначник б) обчислити 3 способами: 1) за правилом Саррюса; 2) за правилом трикутників; 3) методом розкладання за елементами рядка (стовпця).

Визначник в) обчислити: 1) методом розкладання за елементами рядка (стовпця); 2) зведенням до трикутного вигляду.

$$\text{а)} \begin{vmatrix} -8 & 6 \\ -5 & 4 \end{vmatrix};$$

$$\text{б)} \begin{vmatrix} -1 & 8 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & -4 & -1 \end{vmatrix};$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ -4 & -5 & 2 & 0 \\ 0 & -3 & -5 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$

Завдання 2. Знайти всі можливі добутки матриць $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

Завдання 3. Обчислити: а) значення виразу $G = 2D - B^2 - AC + A^T - E$; б) значення многочлена $f(x) = x^2 - 2x + 13$ від матриці A , якщо

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -3 & -4 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 21 & 16 \\ 12 & 13 \end{pmatrix}.$$

Завдання 4. Розв'язати матричні рівняння: а) $A \cdot X = B$; б) $X \cdot B = C$; в) $A \cdot X \cdot B = D$.

Завдання 5. Для матриці $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & -1 \\ -2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ знайти обернену матрицю A^{-1} . Перевірити, що

$$A^{-1} \cdot A = E.$$

Завдання 6. Розв'язати СЛАР: а) за формулами Крамера; б) матричним методом; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 3, \\ x_1 - x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 2. \end{cases}$$

Завдання 7. Розв'язати однорідну СЛАР. Зробити перевірку:
$$\begin{cases} 7x_1 + 2x_2 + x_3 = 0, \\ 5x_1 - x_2 + 8x_3 = 0, \\ 14x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$$

Завдання 8. Дослідити СЛАР на сумісність, знайти загальний розв'язок. Зробити перевірку:

$$\text{а)} \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 3x_4 = 2, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = -1, \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = -3, \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 3; \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 = 1, \\ 2x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 3x_4 = 3, \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 - x_4 = 2. \end{cases}$$

Елементи лінійної алгебри

Варіант №5

Завдання 1. Обчислити визначники.

Визначник б) обчислити 3 способами: 1) за правилом Саррюса; 2) за правилом трикутників; 3) методом розкладання за елементами рядка (стовпця).

Визначник в) обчислити: 1) методом розкладання за елементами рядка (стовпця); 2) зведенням до трикутного вигляду.

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 11 & -6 \\ 5 & -3 \end{vmatrix};$$

$$\text{б) } \begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 5 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix};$$

$$\text{в) } \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -2 \end{vmatrix}.$$

Завдання 2. Знайти всі можливі добутки матриць $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

Завдання 3. Обчислити: а) значення виразу $G = 3B^2 - AC - 2D + B^T - 2E$; б) значення многочлена $f(x) = x^2 - 3x + 10$ від матриці A , якщо

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Завдання 4. Розв'язати матричні рівняння: а) $A \cdot X = B$; б) $X \cdot B = C$; в) $A \cdot X \cdot B = D$.

Завдання 5. Для матриці $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & -4 \\ -2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ знайти обернену матрицю A^{-1} . Перевірити, що

$$A^{-1} \cdot A = E.$$

Завдання 6. Розв'язати СЛАР: а) за формулами Крамера; б) матричним методом; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = 2, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

Завдання 7. Розв'язати однорідну СЛАР. Зробити перевірку:
$$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + 11x_3 = 0, \\ -x_1 + 4x_2 + 7x_3 = 0, \\ 2x_1 - 8x_2 - 14x_3 = 0. \end{cases}$$

Завдання 8. Дослідити СЛАР на сумісність, знайти загальний розв'язок. Зробити перевірку:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = -8, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = -1; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 4x_4 = 1, \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 1. \end{cases}$$

Елементи лінійної алгебри

Варіант №6

Завдання 1. Обчислити визначники.

Визначник б) обчислити 3 способами: 1) за правилом Саррюса; 2) за правилом трикутників; 3) методом розкладання за елементами рядка (стовпця).

Визначник в) обчислити: 1) методом розкладання за елементами рядка (стовпця); 2) зведенням до трикутного вигляду.

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 11 & 3 \end{vmatrix};$$

$$\text{б) } \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 7 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & -1 \end{vmatrix};$$

$$\text{в) } \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & -5 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & -1 \\ -2 & -11 & 6 & 1 \end{vmatrix}.$$

Завдання 2. Знайти всі можливі добутки матриць $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Завдання 3. Обчислити: а) значення виразу $G = 3AC - 2D - B^2 + B^T - 2E$; б) значення многочлена $f(x) = x^2 - 5x + 14$ від матриці A , якщо

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -6 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -16 & 0 \end{pmatrix}.$$

Завдання 4. Розв'язати матричні рівняння: а) $A \cdot X = B$; б) $X \cdot B = C$; в) $A \cdot X \cdot B = D$.

Завдання 5. Для матриці $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ знайти обернену матрицю A^{-1} . Перевірити, що

$$A^{-1} \cdot A = E.$$

Завдання 6. Розв'язати СЛАР: а) за формулами Крамера; б) матричним методом; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 3x_1 - 3x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 6. \end{cases}$$

Завдання 7. Розв'язати однорідну СЛАР. Зробити перевірку:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 7x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 - 14x_3 = 0. \end{cases}$$

Завдання 8. Дослідити СЛАР на сумісність, знайти загальний розв'язок. Зробити перевірку:

$$\text{а) } \begin{cases} -3x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 5, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = -3, \\ -3x_2 + x_3 - x_4 = -1, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 - 5x_2 + x_3 + 4x_4 = 1, \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 + x_4 = 1. \end{cases}$$

Елементи лінійної алгебри

Варіант №7

Завдання 1. Обчислити визначники.

Визначник б) обчислити 3 способами: 1) за правилом Саррюса; 2) за правилом трикутників; 3) методом розкладання за елементами рядка (стовпця).

Визначник в) обчислити: 1) методом розкладання за елементами рядка (стовпця); 2) зведенням до трикутного вигляду.

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix};$$

$$\text{б) } \begin{vmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 1 & -5 & 3 \\ 8 & 7 & -1 \end{vmatrix};$$

$$\text{в) } \begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & -1 & -1 \\ 4 & 4 & -3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -2 \end{vmatrix}.$$

Завдання 2. Знайти всі можливі добутки матриць $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 0 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$.

Завдання 3. Обчислити: а) значення виразу $G = 2B^2 - AC - D + B + C$; б) значення многочлена $f(x) = x^2 - x + 2$ від матриці A , якщо

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -3 & -7 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 7 & 18 \\ 6 & 19 \end{pmatrix}.$$

Завдання 4. Розв'язати матричні рівняння: а) $A \cdot X = B$; б) $X \cdot B = C$; в) $A \cdot X \cdot B = D$.

Завдання 5. Для матриці $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ знайти обернену матрицю A^{-1} . Перевірити, що

$$A^{-1} \cdot A = E.$$

Завдання 6. Розв'язати СЛАР: а) за формулами Крамера; б) матричним методом; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 6. \end{cases}$$

Завдання 7. Розв'язати однорідну СЛАР. Зробити перевірку:
$$\begin{cases} 6x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 0, \\ 4x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases}$$

Завдання 8. Дослідити СЛАР на сумісність, знайти загальний розв'язок. Зробити перевірку:

$$\text{а) } \begin{cases} -3x_1 - x_2 - 2x_3 - x_4 = -2, \\ -2x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 2, \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 3; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 4, \\ 2x_1 - 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 7, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 3. \end{cases}$$

Елементи лінійної алгебри

Варіант №8

Завдання 1. Обчислити визначники.

Визначник б) обчислити 3 способами: 1) за правилом Саррюса; 2) за правилом трикутників; 3) методом розкладання за елементами рядка (стовпця).

Визначник в) обчислити: 1) методом розкладання за елементами рядка (стовпця); 2) зведенням до трикутного вигляду.

$$\text{а)} \begin{vmatrix} 1 & 7 \\ -1 & -3 \end{vmatrix};$$

$$\text{б)} \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix};$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 2 & -2 & -1 & -1 \\ -2 & 3 & 6 & 1 \end{vmatrix}.$$

Завдання 2. Знайти всі можливі добутки матриць $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Завдання 3. Обчислити: а) значення виразу $G = 2AC - D - B^2 + C - B$; б) значення многочлена $f(x) = x^2 - 5x + 14$ від матриці A , якщо

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 36 & -10 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Завдання 4. Розв'язати матричні рівняння: а) $A \cdot X = B$; б) $X \cdot B = C$; в) $A \cdot X \cdot B = D$.

Завдання 5. Для матриці $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 7 & 4 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$ знайти обернену матрицю A^{-1} . Перевірити, що

$$A^{-1} \cdot A = E.$$

Завдання 6. Розв'язати СЛАР: а) за формулами Крамера; б) матричним методом; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 7x_3 = -2, \\ 5x_1 + x_2 + x_3 = 24, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 11. \end{cases}$$

Завдання 7. Розв'язати однорідну СЛАР. Зробити перевірку: $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 0, \\ 2x_1 - 6x_2 + 10x_3 = 0. \end{cases}$

Завдання 8. Дослідити СЛАР на сумісність, знайти загальний розв'язок. Зробити перевірку:

$$\text{а)} \begin{cases} -2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_4 = -2, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 3, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 1; \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} x_1 + 4x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 2, \\ 2x_1 + 9x_2 - x_3 - 4x_4 = 5, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 = 3. \end{cases}$$

Елементи лінійної алгебри

Варіант №9

Завдання 1. Обчислити визначники.

Визначник б) обчислити 3 способами: 1) за правилом Саррюса; 2) за правилом трикутників; 3) методом розкладання за елементами рядка (стовпця).

Визначник в) обчислити: 1) методом розкладання за елементами рядка (стовпця); 2) зведенням до трикутного вигляду.

$$\text{а)} \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 1 & -5 \end{vmatrix};$$

$$\text{б)} \begin{vmatrix} 1 & -4 & -1 \\ -1 & 8 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix};$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & -1 \\ -2 & 5 & 0 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -2 \end{vmatrix}.$$

Завдання 2. Знайти всі можливі добутки матриць $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Завдання 3. Обчислити: а) значення виразу $G = 3B^2 - AC - 2D + B + C$; б) значення многочлена $f(x) = x^2 - 2x + 8$ від матриці A , якщо

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -3 & -4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}.$$

Завдання 4. Розв'язати матричні рівняння: а) $A \cdot X = B$; б) $X \cdot B = C$; в) $A \cdot X \cdot B = D$.

Завдання 5. Для матриці $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ знайти обернену матрицю A^{-1} . Перевірити, що

$$A^{-1} \cdot A = E.$$

Завдання 6. Розв'язати СЛАР: а) за формулами Крамера; б) матричним методом; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 = -4, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 2. \end{cases}$$

Завдання 7. Розв'язати однорідну СЛАР. Зробити перевірку: $\begin{cases} 7x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ -4x_1 + 6x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases}$

Завдання 8. Дослідити СЛАР на сумісність, знайти загальний розв'язок. Зробити перевірку:

$$\text{а)} \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 2, \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 - 3x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4; \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 1, \\ 4x_1 - 3x_2 + 8x_3 + 9x_4 = 1. \end{cases}$$

Елементи лінійної алгебри

Варіант №10

Завдання 1. Обчислити визначники.

Визначник б) обчислити 3 способами: 1) за правилом Саррюса; 2) за правилом трикутників; 3) методом розкладання за елементами рядка (стовпця).

Визначник в) обчислити: 1) методом розкладання за елементами рядка (стовпця); 2) зведенням до трикутного вигляду.

$$\text{а)} \begin{vmatrix} 6 & -4 \\ 2 & -3 \end{vmatrix};$$

$$\text{б)} \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 \end{vmatrix};$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 2 & 2 \\ 0 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & 1 \end{vmatrix}.$$

Завдання 2. Знайти всі можливі добутки матриць $A = \begin{pmatrix} -6 & 2 \\ -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

Завдання 3. Обчислити: а) значення виразу $G = 2B^2 - D - AC + B^T + C^T$; б) значення многочлена $f(x) = x^2 - 4x + 11$ від матриці A , якщо

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Завдання 4. Розв'язати матричні рівняння: а) $A \cdot X = B$; б) $X \cdot B = C$; в) $A \cdot X \cdot B = D$.

Завдання 5. Для матриці $A = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ знайти обернену матрицю A^{-1} . Перевірити, що

$$A^{-1} \cdot A = E.$$

Завдання 6. Розв'язати СЛАР: а) за формулами Крамера; б) матричним методом; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 3. \end{cases}$$

Завдання 7. Розв'язати однорідну СЛАР. Зробити перевірку:
$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ 6x_1 + 10x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$$

Завдання 8. Дослідити СЛАР на сумісність, знайти загальний розв'язок. Зробити перевірку:

$$\text{а)} \begin{cases} -2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4, \\ x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = -3, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 4, \\ 2x_1 - x_3 - 2x_4 = -1; \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} x_1 - 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 5, \\ 2x_1 - 7x_2 + 4x_3 + x_4 = 9, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 4. \end{cases}$$

Елементи лінійної алгебри

Варіант №11

Завдання 1. Обчислити визначники.

Визначник б) обчислити 3 способами: 1) за правилом Саррюса; 2) за правилом трикутників; 3) методом розкладання за елементами рядка (стовпця).

Визначник в) обчислити: 1) методом розкладання за елементами рядка (стовпця); 2) зведенням до трикутного вигляду.

$$\text{а)} \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -2 \end{vmatrix};$$

$$\text{б)} \begin{vmatrix} 7 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 5 & 3 & -1 \end{vmatrix};$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & -1 \\ -2 & 4 & -2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 & -2 \end{vmatrix}.$$

Завдання 2. Знайти всі можливі добутки матриць $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 0 & 5 & -8 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Завдання 3. Обчислити: а) значення виразу $G = 3B^2 - AC - 2D + B^T - 3E$; б) значення многочлена $f(x) = x^2 + 3x + 1$ від матриці A , якщо

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 8 & 6 \\ -6 & 8 \end{pmatrix}.$$

Завдання 4. Розв'язати матричні рівняння: а) $A \cdot X = B$; б) $X \cdot B = C$; в) $A \cdot X \cdot B = D$.

Завдання 5. Для матриці $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -4 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ знайти обернену матрицю A^{-1} . Перевірити, що

$$A^{-1} \cdot A = E.$$

Завдання 6. Розв'язати СЛАР: а) за формулами Крамера; б) матричним методом; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 7, \\ 2x_1 - 9x_2 - x_3 = -1, \\ x_1 + x_2 - x_3 = -2. \end{cases}$$

Завдання 7. Розв'язати однорідну СЛАР. Зробити перевірку: $\begin{cases} x_1 + x_2 - 15x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 + 6x_3 = 0. \end{cases}$

Завдання 8. Дослідити СЛАР на сумісність, знайти загальний розв'язок. Зробити перевірку:

$$\text{а)} \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 3, \\ -x_1 - 3x_2 + x_3 - 3x_4 = -4, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4; \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 4, \\ 2x_1 - 9x_2 + 2x_3 + x_4 = 7, \\ x_1 - 4x_2 - x_3 - 3x_4 = 3. \end{cases}$$

Елементи лінійної алгебри

Варіант №12

Завдання 1. Обчислити визначники.

Визначник б) обчислити 3 способами: 1) за правилом Саррюса; 2) за правилом трикутників; 3) методом розкладання за елементами рядка (стовпця).

Визначник в) обчислити: 1) методом розкладання за елементами рядка (стовпця); 2) зведенням до трикутного вигляду.

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 3 & 7 \end{vmatrix};$$

$$\text{б) } \begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 2 & 8 & -1 \end{vmatrix};$$

$$\text{в) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 2 \\ 0 & -2 & -1 & 2 \\ -3 & 1 & 6 & 1 \end{vmatrix}.$$

Завдання 2. Знайти всі можливі добутки матриць $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & -5 \end{pmatrix}$.

Завдання 3. Обчислити: а) значення виразу $G = 2B^2 - AC - D + C^T - 2E$; б) значення многочлена $f(x) = x^2 - 5x + 22$ від матриці A , якщо

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -4 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 14 & 1 \\ -2 & 7 \end{pmatrix}.$$

Завдання 4. Розв'язати матричні рівняння: а) $A \cdot X = B$; б) $X \cdot B = C$; в) $A \cdot X \cdot B = D$.

Завдання 5. Для матриці $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ знайти обернену матрицю A^{-1} . Перевірити, що

$$A^{-1} \cdot A = E.$$

Завдання 6. Розв'язати СЛАР: а) за формулами Крамера; б) матричним методом; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 5x_1 + 7x_2 - 5x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 2. \end{cases}$$

Завдання 7. Розв'язати однорідну СЛАР. Зробити перевірку:
$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ 6x_1 + x_2 + 19x_3 = 0, \\ 10x_1 - 2x_2 + 6x_3 = 0. \end{cases}$$

Завдання 8. Дослідити СЛАР на сумісність, знайти загальний розв'язок. Зробити перевірку:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + x_3 + 2x_4 = 0, \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 - 3x_2 - 3x_3 + x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 + x_4 = 1. \end{cases}$$

Елементи лінійної алгебри

Варіант №13

Завдання 1. Обчислити визначники.

Визначник б) обчислити 3 способами: 1) за правилом Саррюса; 2) за правилом трикутників; 3) методом розкладання за елементами рядка (стовпця).

Визначник в) обчислити: 1) методом розкладання за елементами рядка (стовпця); 2) зведенням до трикутного вигляду.

а) $\begin{vmatrix} -5 & 8 \\ -4 & 7 \end{vmatrix};$

б) $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix};$

в) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & -6 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & -2 \end{vmatrix}.$

Завдання 2. Знайти всі можливі добутки матриць $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 4 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}.$

Завдання 3. Обчислити: а) значення виразу $G = AC - B^2 + D + 3B^T + 5E$; б) значення многочлена $f(x) = x^2 - 5x + 21$ від матриці A , якщо

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 6 & -1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 20 & -6 \\ -6 & 5 \end{pmatrix}.$$

Завдання 4. Розв'язати матричні рівняння: а) $A \cdot X = B$; б) $X \cdot B = C$; в) $A \cdot X \cdot B = D$.

Завдання 5. Для матриці $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -1 & -2 & -2 \\ 2 & 1 & -4 \end{pmatrix}$ знайти обернену матрицю A^{-1} . Перевірити, що

$$A^{-1} \cdot A = E.$$

Завдання 6. Розв'язати СЛАР: а) за формулами Крамера; б) матричним методом; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = -1, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = -1. \end{cases}$$

Завдання 7. Розв'язати однорідну СЛАР. Зробити перевірку:
$$\begin{cases} 9x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases}$$

Завдання 8. Дослідити СЛАР на сумісність, знайти загальний розв'язок. Зробити перевірку:

а)
$$\begin{cases} -x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = -2, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 3; \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 1, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Елементи лінійної алгебри

Варіант №14

Завдання 1. Обчислити визначники.

Визначник б) обчислити 3 способами: 1) за правилом Саррюса; 2) за правилом трикутників; 3) методом розкладання за елементами рядка (стовпця).

Визначник в) обчислити: 1) методом розкладання за елементами рядка (стовпця); 2) зведенням до трикутного вигляду.

$$\text{а)} \begin{vmatrix} -7 & 5 \\ -2 & 3 \end{vmatrix};$$

$$\text{б)} \begin{vmatrix} 4 & -2 & 4 \\ 5 & 1 & 6 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix};$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 2 & -2 \\ 2 & -2 & -2 & 0 \\ -1 & 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}.$$

Завдання 2. Знайти всі можливі добутки матриць $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.

Завдання 3. Обчислити: а) значення виразу $G = 2B^2 - AC - D + A^T + B$; б) значення многочлена $f(x) = x^2 - 5x + 24$ від матриці A , якщо

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 1 & -6 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -7 & 12 \\ -6 & -4 \end{pmatrix}.$$

Завдання 4. Розв'язати матричні рівняння: а) $A \cdot X = B$; б) $X \cdot B = C$; в) $A \cdot X \cdot B = D$.

Завдання 5. Для матриці $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ знайти обернену матрицю A^{-1} . Перевірити, що

$$A^{-1} \cdot A = E.$$

Завдання 6. Розв'язати СЛАР: а) за формулами Крамера; б) матричним методом; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 = 1, \\ -x_1 + 3x_2 - x_3 = -2. \end{cases}$$

Завдання 7. Розв'язати однорідну СЛАР. Зробити перевірку:
$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 15x_3 = 0, \\ 2x_1 - 8x_2 + 10x_3 = 0. \end{cases}$$

Завдання 8. Дослідити СЛАР на сумісність, знайти загальний розв'язок. Зробити перевірку:

$$\text{а)} \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 + x_4 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = -3, \\ x_1 + 2x_2 - 4x_4 = -3, \\ x_1 - x_2 - 4x_3 + 9x_4 = 22; \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 2, \\ 3x_1 - 8x_2 + x_3 + 2x_4 = 5, \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 - x_4 = 3. \end{cases}$$

Елементи лінійної алгебри

Варіант №15

Завдання 1. Обчислити визначники.

Визначник б) обчислити 3 способами: 1) за правилом Саррюса; 2) за правилом трикутників; 3) методом розкладання за елементами рядка (стовпця).

Визначник в) обчислити: 1) методом розкладання за елементами рядка (стовпця); 2) зведенням до трикутного вигляду.

$$\text{а)} \begin{vmatrix} 11 & 2 \\ -7 & 1 \end{vmatrix};$$

$$\text{б)} \begin{vmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -3 & 3 \end{vmatrix};$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 3 & -5 & 0 \end{vmatrix}.$$

Завдання 2. Знайти всі можливі добутки матриць $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -5 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Завдання 3. Обчислити: а) значення виразу $G = AC - B^2 + D - 5B + 4E$; б) значення многочлена $f(x) = x^2 - 2x + 5$ від матриці A , якщо

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 6 & -1 \\ 7 & -3 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 46 & -15 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

Завдання 4. Розв'язати матричні рівняння: а) $A \cdot X = B$; б) $X \cdot B = C$; в) $A \cdot X \cdot B = D$.

Завдання 5. Для матриці $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -5 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ знайти обернену матрицю A^{-1} . Перевірити, що

$$A^{-1} \cdot A = E.$$

Завдання 6. Розв'язати СЛАР: а) за формулами Крамера; б) матричним методом; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 3, \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -3, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

Завдання 7. Розв'язати однорідну СЛАР. Зробити перевірку: $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 7x_3 = 0, \\ 5x_1 - 2x_2 - 11x_3 = 0, \\ 3x_1 + 6x_2 - 21x_3 = 0. \end{cases}$

Завдання 8. Дослідити СЛАР на сумісність, знайти загальний розв'язок. Зробити перевірку:

$$\text{а)} \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0, \\ 7x_1 + 14x_2 + 20x_3 + 27x_4 = 0, \\ 5x_1 + 10x_2 + 16x_3 + 19x_4 = -2, \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 13x_4 = 5; \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0, \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 1, \\ 3x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 1. \end{cases}$$

Елементи лінійної алгебри

Варіант №16

Завдання 1. Обчислити визначники.

Визначник б) обчислити 3 способами: 1) за правилом Саррюса; 2) за правилом трикутників; 3) методом розкладання за елементами рядка (стовпця).

Визначник в) обчислити: 1) методом розкладання за елементами рядка (стовпця); 2) зведенням до трикутного вигляду.

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 3 & -1 \end{vmatrix};$$

$$\text{б) } \begin{vmatrix} 2 & 0 & -2 \\ -2 & 1 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix};$$

$$\text{в) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ -3 & -1 & 5 & -2 \\ 0 & -2 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}.$$

Завдання 2. Знайти всі можливі добутки матриць $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 4 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

Завдання 3. Обчислити: а) значення виразу $G = 3B^2 - AC - 2D^T + A - C$; б) значення многочлена $f(x) = x^2 - 6x + 27$ від матриці A , якщо

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -4 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -11 & 0 \\ 0 & -11 \end{pmatrix}.$$

Завдання 4. Розв'язати матричні рівняння: а) $A \cdot X = B$; б) $X \cdot B = C$; в) $A \cdot X \cdot B = D$.

Завдання 5. Для матриці $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ знайти обернену матрицю A^{-1} . Перевірити, що

$$A^{-1} \cdot A = E.$$

Завдання 6. Розв'язати СЛАР: а) за формулами Крамера; б) матричним методом; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = -2, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = -2, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$$

Завдання 7. Розв'язати однорідну СЛАР. Зробити перевірку: $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0, \\ 7x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 + 6x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases}$

Завдання 8. Дослідити СЛАР на сумісність, знайти загальний розв'язок. Зробити перевірку:

$$\text{а) } \begin{cases} -x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 2, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 + x_4 = 2, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = -3, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 1, \\ 4x_1 - 7x_2 + 2x_3 + x_4 = 3, \\ 3x_1 - 5x_2 - x_3 - 3x_4 = 2. \end{cases}$$

Елементи лінійної алгебри

Варіант №17

Завдання 1. Обчислити визначники.

Визначник б) обчислити 3 способами: 1) за правилом Саррюса; 2) за правилом трикутників; 3) методом розкладання за елементами рядка (стовпця).

Визначник в) обчислити: 1) методом розкладання за елементами рядка (стовпця); 2) зведенням до трикутного вигляду.

$$\text{а)} \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ -2 & 3 \end{vmatrix};$$

$$\text{б)} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & -5 & 1 \\ 2 & 7 & 8 \end{vmatrix};$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & -2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & -2 & -3 \\ 1 & 2 & 2 & -3 \end{vmatrix}.$$

Завдання 2. Знайти всі можливі добутки матриць $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$.

Завдання 3. Обчислити: а) значення виразу $G = 2AC - B^2 - D + C^T - 2E$; б) значення многочлена $f(x) = x^2 + 6x + 22$ від матриці A , якщо

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -5 & -2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 15 & 8 \\ -20 & -9 \end{pmatrix}.$$

Завдання 4. Розв'язати матричні рівняння: а) $A \cdot X = B$; б) $X \cdot B = C$; в) $A \cdot X \cdot B = D$.

Завдання 5. Для матриці $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & -6 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ знайти обернену матрицю A^{-1} . Перевірити, що

$$A^{-1} \cdot A = E.$$

Завдання 6. Розв'язати СЛАР: а) за формулами Крамера; б) матричним методом; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - x_2 - x_3 = -2, \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 = -3. \end{cases}$$

Завдання 7. Розв'язати однорідну СЛАР. Зробити перевірку: $\begin{cases} 3x_1 - 6x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0, \\ -2x_1 + 4x_2 - 10x_3 = 0. \end{cases}$

Завдання 8. Дослідити СЛАР на сумісність, знайти загальний розв'язок. Зробити перевірку:

$$\text{а)} \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 5, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = -6, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -1, \\ 4x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = -1; \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 1, \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 - x_4 = 3, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 2. \end{cases}$$

Елементи лінійної алгебри

Варіант №18

Завдання 1. Обчислити визначники.

Визначник б) обчислити 3 способами: 1) за правилом Саррюса; 2) за правилом трикутників; 3) методом розкладання за елементами рядка (стовпця).

Визначник в) обчислити: 1) методом розкладання за елементами рядка (стовпця); 2) зведенням до трикутного вигляду.

$$\text{а)} \begin{vmatrix} 2 & -8 \\ 4 & 1 \end{vmatrix};$$

$$\text{б)} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \end{vmatrix};$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 & 2 \\ 0 & -2 & 2 & 1 \\ -3 & 1 & -2 & -3 \end{vmatrix}.$$

Завдання 2. Знайти всі можливі добутки матриць $A = \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -4 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 4 & 0 \end{pmatrix}$.

Завдання 3. Обчислити: а) значення виразу $G = B^2 - AC + D - 5B^T + 13E$; б) значення многочлена $f(x) = x^2 - 4x + 13$ від матриці A , якщо

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -7 & 4 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 25 & -15 \\ -15 & 10 \end{pmatrix}.$$

Завдання 4. Розв'язати матричні рівняння: а) $A \cdot X = B$; б) $X \cdot B = C$; в) $A \cdot X \cdot B = D$.

Завдання 5. Для матриці $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ знайти обернену матрицю A^{-1} . Перевірити, що

$$A^{-1} \cdot A = E.$$

Завдання 6. Розв'язати СЛАР: а) за формулами Крамера; б) матричним методом; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = -3, \\ x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 2, \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

Завдання 7. Розв'язати однорідну СЛАР. Зробити перевірку:
$$\begin{cases} 6x_1 - 2x_2 + 10x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 10x_3 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases}$$

Завдання 8. Дослідити СЛАР на сумісність, знайти загальний розв'язок. Зробити перевірку:

$$\text{а)} \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 3, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = -1, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 3x_4 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = -3; \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4, \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2. \end{cases}$$

Елементи лінійної алгебри

Варіант №19

Завдання 1. Обчислити визначники.

Визначник б) обчислити 3 способами: 1) за правилом Саррюса; 2) за правилом трикутників; 3) методом розкладання за елементами рядка (стовпця).

Визначник в) обчислити: 1) методом розкладання за елементами рядка (стовпця); 2) зведенням до трикутного вигляду.

$$\text{а)} \begin{vmatrix} 4 & 7 \\ 1 & -3 \end{vmatrix};$$

$$\text{б)} \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & -4 & -1 \\ -1 & 8 & 3 \end{vmatrix};$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & -1 & -3 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}.$$

Завдання 2. Знайти всі можливі добутки матриць $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -5 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 5 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$.

Завдання 3. Обчислити: а) значення виразу $G = 2AC - B^2 - D + C^T + B$; б) значення многочлена $f(x) = x^2 - 2x + 13$ від матриці A , якщо

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -6 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 6 & -8 \end{pmatrix}.$$

Завдання 4. Розв'язати матричні рівняння: а) $A \cdot X = B$; б) $X \cdot B = C$; в) $A \cdot X \cdot B = D$.

Завдання 5. Для матриці $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ знайти обернену матрицю A^{-1} . Перевірити, що

$$A^{-1} \cdot A = E.$$

Завдання 6. Розв'язати СЛАР: а) за формулами Крамера; б) матричним методом; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 15, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = -1, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 4. \end{cases}$$

Завдання 7. Розв'язати однорідну СЛАР. Зробити перевірку: $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 + 6x_2 - 3x_3 = 0. \end{cases}$

Завдання 8. Дослідити СЛАР на сумісність, знайти загальний розв'язок. Зробити перевірку:

$$\text{а)} \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = -8, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 2, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 3; \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 9x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 4, \\ 6x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8. \end{cases}$$

Елементи лінійної алгебри

Варіант №20

Завдання 1. Обчислити визначники.

Визначник б) обчислити 3 способами: 1) за правилом Саррюса; 2) за правилом трикутників; 3) методом розкладання за елементами рядка (стовпця).

Визначник в) обчислити: 1) методом розкладання за елементами рядка (стовпця); 2) зведенням до трикутного вигляду.

$$\text{а)} \begin{vmatrix} 3 & 7 \\ -5 & -8 \end{vmatrix};$$

$$\text{б)} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 5 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \end{vmatrix};$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & -2 & 4 \end{vmatrix}.$$

Завдання 2. Знайти всі можливі добутки матриць $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Завдання 3. Обчислити: а) значення виразу $G = 2AC - D - B^2 + A + C + 17E$; б) значення многочлена $f(x) = x^2 - 3x + 13$ від матриці A , якщо

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -7 & 0 \\ 0 & -7 \end{pmatrix}.$$

Завдання 4. Розв'язати матричні рівняння: а) $A \cdot X = B$; б) $X \cdot B = C$; в) $A \cdot X \cdot B = D$.

Завдання 5. Для матриці $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & 3 \end{pmatrix}$ знайти обернену матрицю A^{-1} . Перевірити, що

$$A^{-1} \cdot A = E.$$

Завдання 6. Розв'язати СЛАР: а) за формулами Крамера; б) матричним методом; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 - 7x_3 = 16, \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 16. \end{cases}$$

Завдання 7. Розв'язати однорідну СЛАР. Зробити перевірку:
$$\begin{cases} 21x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 0, \\ 7x_1 + 2x_2 + x_3 = 0, \\ 5x_1 - x_2 + 8x_3 = 0. \end{cases}$$

Завдання 8. Дослідити СЛАР на сумісність, знайти загальний розв'язок. Зробити перевірку:

$$\text{а)} \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6, \\ -3x_2 + x_3 - x_4 = -1, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = -3, \\ -3x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 5; \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 3, \\ 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7, \\ 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 13. \end{cases}$$

Елементи лінійної алгебри

Варіант №21

Завдання 1. Обчислити визначники.

Визначник б) обчислити 3 способами: 1) за правилом Саррюса; 2) за правилом трикутників; 3) методом розкладання за елементами рядка (стовпця).

Визначник в) обчислити: 1) методом розкладання за елементами рядка (стовпця); 2) зведенням до трикутного вигляду.

$$\text{а) } \begin{vmatrix} -5 & -8 \\ 2 & 3 \end{vmatrix};$$

$$\text{б) } \begin{vmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & -2 \end{vmatrix};$$

$$\text{в) } \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -2 & 2 \\ -1 & -1 & 1 & -3 \\ -2 & 4 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Завдання 2. Знайти всі можливі добутки матриць $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -5 \\ -3 & 0 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Завдання 3. Обчислити: а) значення виразу $G = 3B^2 - AC - 2D + B^T + E$; б) значення многочлена $f(x) = x^2 - 3x + 14$ від матриці A , якщо

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 9 & 8 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}.$$

Завдання 4. Розв'язати матричні рівняння: а) $A \cdot X = B$; б) $X \cdot B = C$; в) $A \cdot X \cdot B = D$.

Завдання 5. Для матриці $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 5 & 0 \end{pmatrix}$ знайти обернену матрицю A^{-1} . Перевірити, що

$$A^{-1} \cdot A = E.$$

Завдання 6. Розв'язати СЛАР: а) за формулами Крамера; б) матричним методом; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4, \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1, \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 8. \end{cases}$$

Завдання 7. Розв'язати однорідну СЛАР. Зробити перевірку:
$$\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 - 21x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 - 7x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases}$$

Завдання 8. Дослідити СЛАР на сумісність, знайти загальний розв'язок. Зробити перевірку:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 3, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 2, \\ -2x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ -3x_1 - x_2 - 2x_3 - x_4 = -2; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 2, \\ 6x_1 - 4x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 3, \\ 9x_1 - 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4. \end{cases}$$

Елементи лінійної алгебри

Варіант №22

Завдання 1. Обчислити визначники.

Визначник б) обчислити 3 способами: 1) за правилом Саррюса; 2) за правилом трикутників; 3) методом розкладання за елементами рядка (стовпця).

Визначник в) обчислити: 1) методом розкладання за елементами рядка (стовпця); 2) зведенням до трикутного вигляду.

$$\text{а)} \begin{vmatrix} -3 & 5 \\ 7 & 1 \end{vmatrix};$$

$$\text{б)} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 10 & 2 & 12 \\ 4 & -2 & 4 \end{vmatrix};$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 3 & 0 \\ 2 & -3 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}.$$

Завдання 2. Знайти всі можливі добутки матриць $A = \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 7 & -1 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 3 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.

Завдання 3. Обчислити: а) значення виразу $G = 2AC - B^2 - D + 3B^T - 3E$; б) значення многочлена $f(x) = x^2 - 5x + 28$ від матриці A , якщо

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -6 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -4 & 10 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}.$$

Завдання 4. Розв'язати матричні рівняння: а) $A \cdot X = B$; б) $X \cdot B = C$; в) $A \cdot X \cdot B = D$.

Завдання 5. Для матриці $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ знайти обернену матрицю A^{-1} . Перевірити, що

$$A^{-1} \cdot A = E.$$

Завдання 6. Розв'язати СЛАР: а) за формулами Крамера; б) матричним методом; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 - 4x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 4. \end{cases}$$

Завдання 7. Розв'язати однорідну СЛАР. Зробити перевірку:
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 0, \\ 10x_1 + 15x_2 - 5x_3 = 0, \\ 6x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0. \end{cases}$$

Завдання 8. Дослідити СЛАР на сумісність, знайти загальний розв'язок. Зробити перевірку:

$$\text{а)} \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 3, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_4 = -2, \\ -2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 1; \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 6x_1 - 3x_2 + x_3 - 4x_4 = 7, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 7x_4 = 5, \\ 4x_1 - 2x_2 + 14x_3 - 31x_4 = 18. \end{cases}$$

Елементи лінійної алгебри

Варіант №23

Завдання 1. Обчислити визначники.

Визначник б) обчислити 3 способами: 1) за правилом Саррюса; 2) за правилом трикутників; 3) методом розкладання за елементами рядка (стовпця).

Визначник в) обчислити: 1) методом розкладання за елементами рядка (стовпця); 2) зведенням до трикутного вигляду.

$$\text{а)} \begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 2 & -8 \end{vmatrix};$$

$$\text{б)} \begin{vmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \\ 0 & -2 & 2 \end{vmatrix};$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 \\ 3 & -7 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -1 & -3 \\ -1 & 3 & -1 & -3 \end{vmatrix}.$$

Завдання 2. Знайти всі можливі добутки матриць $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 6 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 0 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Завдання 3. Обчислити: а) значення виразу $G = 3B^2 - AC - 2D^T + 23E$; б) значення многочлена $f(x) = x^2 - 3x + 17$ від матриці A , якщо

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}.$$

Завдання 4. Розв'язати матричні рівняння: а) $A \cdot X = B$; б) $X \cdot B = C$; в) $A \cdot X \cdot B = D$.

Завдання 5. Для матриці $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ знайти обернену матрицю A^{-1} . Перевірити, що

$$A^{-1} \cdot A = E.$$

Завдання 6. Розв'язати СЛАР: а) за формулами Крамера; б) матричним методом; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 2, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases}$$

Завдання 7. Розв'язати однорідну СЛАР. Зробити перевірку: $\begin{cases} 4x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 0, \\ 3x_1 - 9x_2 + 15x_3 = 0. \end{cases}$

Завдання 8. Дослідити СЛАР на сумісність, знайти загальний розв'язок. Зробити перевірку:

$$\text{а)} \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4, \\ x_1 - 3x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 2; \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 2, \\ x_1 + 7x_2 - 4x_3 + 11x_4 = 5. \end{cases}$$

Елементи лінійної алгебри

Варіант №24

Завдання 1. Обчислити визначники.

Визначник б) обчислити 3 способами: 1) за правилом Саррюса; 2) за правилом трикутників; 3) методом розкладання за елементами рядка (стовпця).

Визначник в) обчислити: 1) методом розкладання за елементами рядка (стовпця); 2) зведенням до трикутного вигляду.

$$\text{а)} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -6 & 7 \end{vmatrix};$$

$$\text{б)} \begin{vmatrix} 5 & -3 & 3 \\ 3 & -2 & 2 \\ 3 & -1 & 7 \end{vmatrix};$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} -1 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & -1 & -2 \end{vmatrix}.$$

Завдання 2. Знайти всі можливі добутки матриць $A = \begin{pmatrix} 8 & -1 \\ 2 & 1 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

Завдання 3. Обчислити: а) значення виразу $G = 2D - AC - B^2 + C^T + 2E$; б) значення многочлена $f(x) = x^2 - 6x + 35$ від матриці A , якщо

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -5 & 18 \\ -12 & 19 \end{pmatrix}.$$

Завдання 4. Розв'язати матричні рівняння: а) $A \cdot X = B$; б) $X \cdot B = C$; в) $A \cdot X \cdot B = D$.

Завдання 5. Для матриці $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ знайти обернену матрицю A^{-1} . Перевірити, що

$$A^{-1} \cdot A = E.$$

Завдання 6. Розв'язати СЛАР: а) за формулами Крамера; б) матричним методом; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 6, \\ 3x_1 - 3x_2 + x_3 = 4. \end{cases}$$

Завдання 7. Розв'язати однорідну СЛАР. Зробити перевірку: $\begin{cases} 6x_1 - 9x_2 + 6x_3 = 0, \\ 7x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$

Завдання 8. Дослідити СЛАР на сумісність, знайти загальний розв'язок. Зробити перевірку:

$$\text{а)} \begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = -3, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 4, \\ 2x_1 - x_3 - 2x_4 = -1, \\ -2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4; \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 1, \\ 4x_1 - 6x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 - 11x_3 - 15x_4 = 1. \end{cases}$$

Елементи лінійної алгебри

Варіант №25

Завдання 1. Обчислити визначники.

Визначник б) обчислити 3 способами: 1) за правилом Саррюса; 2) за правилом трикутників; 3) методом розкладання за елементами рядка (стовпця).

Визначник в) обчислити: 1) методом розкладання за елементами рядка (стовпця); 2) зведенням до трикутного вигляду.

$$\text{а)} \begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 7 & 8 \end{vmatrix};$$

$$\text{б)} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 5 & 2 \\ -1 & 3 & 0 \end{vmatrix};$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -1 & 3 \\ -1 & 3 & -1 & -3 \end{vmatrix}.$$

Завдання 2. Знайти всі можливі добутки матриць $A = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$.

Завдання 3. Обчислити: а) значення виразу $G = AC - B^2 + D^T - 7E$; б) значення многочлена $f(x) = x^2 - 3x + 30$ від матриці A , якщо

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}.$$

Завдання 4. Розв'язати матричні рівняння: а) $A \cdot X = B$; б) $X \cdot B = C$; в) $A \cdot X \cdot B = D$.

Завдання 5. Для матриці $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -2 \\ 1 & -3 & 2 \\ 6 & 7 & -3 \end{pmatrix}$ знайти обернену матрицю A^{-1} . Перевірити, що

$$A^{-1} \cdot A = E.$$

Завдання 6. Розв'язати СЛАР: а) за формулами Крамера; б) матричним методом; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ 7x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 10, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$$

Завдання 7. Розв'язати однорідну СЛАР. Зробити перевірку: $\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 = 0, \\ 9x_1 + 15x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$

Завдання 8. Дослідити СЛАР на сумісність, знайти загальний розв'язок. Зробити перевірку:

$$\text{а)} \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4, \\ -x_1 - 3x_2 + x_3 - 3x_4 = -4, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 3; \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 5, \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 - 4x_4 = 9, \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 4. \end{cases}$$

Елементи лінійної алгебри

Варіант №26

Завдання 1. Обчислити визначники.

Визначник б) обчислити 3 способами: 1) за правилом Саррюса; 2) за правилом трикутників; 3) методом розкладання за елементами рядка (стовпця).

Визначник в) обчислити: 1) методом розкладання за елементами рядка (стовпця); 2) зведенням до трикутного вигляду.

а) $\begin{vmatrix} -5 & -3 \\ -2 & 4 \end{vmatrix};$

б) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & -3 & 3 \\ 2 & -1 & -2 \end{vmatrix};$

в) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 2 & 0 \\ -3 & 2 & -1 & -2 \end{vmatrix}.$

Завдання 2. Знайти всі можливі добутки матриць $A = \begin{pmatrix} -6 & 2 \\ -1 & 0 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$

Завдання 3. Обчислити: а) значення виразу $G = 3AC - B^2 - 2D + B^T + C$; б) значення многочлена $f(x) = x^2 - 4x + 27$ від матриці A , якщо

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}.$$

Завдання 4. Розв'язати матричні рівняння: а) $A \cdot X = B$; б) $X \cdot B = C$; в) $A \cdot X \cdot B = D$.

Завдання 5. Для матриці $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ знайти обернену матрицю A^{-1} . Перевірити, що

$$A^{-1} \cdot A = E.$$

Завдання 6. Розв'язати СЛАР: а) за формулами Крамера; б) матричним методом; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 3, \\ 4x_1 - x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

Завдання 7. Розв'язати однорідну СЛАР. Зробити перевірку: $\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 + 9x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 - 15x_3 = 0. \end{cases}$

Завдання 8. Дослідити СЛАР на сумісність, знайти загальний розв'язок. Зробити перевірку:

а) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2, \\ x_1 - 3x_2 - 3x_3 + x_4 = 2, \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + x_3 + 2x_4 = 0; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 3x_1 + 7x_2 - 2x_3 - x_4 = 4, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 3, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 1. \end{cases}$

Елементи лінійної алгебри

Варіант №27

Завдання 1. Обчислити визначники.

Визначник б) обчислити 3 способами: 1) за правилом Саррюса; 2) за правилом трикутників; 3) методом розкладання за елементами рядка (стовпця).

Визначник в) обчислити: 1) методом розкладання за елементами рядка (стовпця); 2) зведенням до трикутного вигляду.

$$\text{а)} \begin{vmatrix} 2 & 13 \\ 1 & -7 \end{vmatrix};$$

$$\text{б)} \begin{vmatrix} -3 & 5 & 3 \\ -2 & 3 & 2 \\ -1 & 3 & 7 \end{vmatrix};$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 & -3 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \\ -2 & 2 & 0 & -1 \end{vmatrix}.$$

Завдання 2. Знайти всі можливі добутки матриць $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -7 & 2 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 9 & 2 \\ 2 & 1 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$.

Завдання 3. Обчислити: а) значення виразу $G = 2B^2 - AC - D + C^T - B$; б) значення многочлена $f(x) = x^2 + x + 24$ від матриці A , якщо

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -6 & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 15 & -8 \\ -12 & 7 \end{pmatrix}.$$

Завдання 4. Розв'язати матричні рівняння: а) $A \cdot X = B$; б) $X \cdot B = C$; в) $A \cdot X \cdot B = D$.

Завдання 5. Для матриці $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 2 \end{pmatrix}$ знайти обернену матрицю A^{-1} . Перевірити, що

$$A^{-1} \cdot A = E.$$

Завдання 6. Розв'язати СЛАР: а) за формулами Крамера; б) матричним методом; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 = 3. \end{cases}$$

Завдання 7. Розв'язати однорідну СЛАР. Зробити перевірку:
$$\begin{cases} 6x_1 + x_2 + 19x_3 = 0, \\ 5x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ 15x_1 - 3x_2 + 9x_3 = 0. \end{cases}$$

Завдання 8. Дослідити СЛАР на сумісність, знайти загальний розв'язок. Зробити перевірку:

$$\text{а)} \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 3, \\ x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = -2, \\ -x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = 2, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 2; \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} x_1 + 4x_2 - 3x_3 - x_4 = 2, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 = 1, \\ 2x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 3x_4 = 3. \end{cases}$$

Елементи лінійної алгебри

Варіант №28

Завдання 1. Обчислити визначники.

Визначник б) обчислити 3 способами: 1) за правилом Саррюса; 2) за правилом трикутників; 3) методом розкладання за елементами рядка (стовпця).

Визначник в) обчислити: 1) методом розкладання за елементами рядка (стовпця); 2) зведенням до трикутного вигляду.

$$\text{а)} \begin{vmatrix} -11 & 5 \\ -4 & 4 \end{vmatrix};$$

$$\text{б)} \begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix};$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ -3 & -3 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & -1 & 0 \end{vmatrix}.$$

Завдання 2. Знайти всі можливі добутки матриць $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Завдання 3. Обчислити: а) значення виразу $G = B^2 - AC + D^T + 19E$; б) значення многочлена $f(x) = x^2 - 4x + 37$ від матриці A , якщо

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}.$$

Завдання 4. Розв'язати матричні рівняння: а) $A \cdot X = B$; б) $X \cdot B = C$; в) $A \cdot X \cdot B = D$.

Завдання 5. Для матриці $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 4 & 2 & 5 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ знайти обернену матрицю A^{-1} . Перевірити, що

$$A^{-1} \cdot A = E.$$

Завдання 6. Розв'язати СЛАР: а) за формулами Крамера; б) матричним методом; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 3, \\ 4x_1 - x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

Завдання 7. Розв'язати однорідну СЛАР. Зробити перевірку: $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0, \\ 6x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 0, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases}$

Завдання 8. Дослідити СЛАР на сумісність, знайти загальний розв'язок. Зробити перевірку:

$$\text{а)} \begin{cases} x_1 - x_2 - 4x_3 + 9x_4 = 22, \\ x_1 + 2x_2 - 4x_4 = -3, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = -3, \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 + x_4 = 3; \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 1, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 4x_4 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$$

Елементи лінійної алгебри

Варіант №29

Завдання 1. Обчислити визначники.

Визначник б) обчислити 3 способами: 1) за правилом Саррюса; 2) за правилом трикутників; 3) методом розкладання за елементами рядка (стовпця).

Визначник в) обчислити: 1) методом розкладання за елементами рядка (стовпця); 2) зведенням до трикутного вигляду.

$$\text{а)} \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 7 \end{vmatrix};$$

$$\text{б)} \begin{vmatrix} 4 & -2 & 4 \\ 12 & 2 & 10 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix};$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 2 & -3 \\ 1 & -3 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$

Завдання 2. Знайти всі можливі добутки матриць $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 5 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$.

Завдання 3. Обчислити: а) значення виразу $G = 3AC - B^2 - 2D + B + C$; б) значення многочлена $f(x) = x^2 - x + 19$ від матриці A , якщо

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -7 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 20 & 45 \end{pmatrix}.$$

Завдання 4. Розв'язати матричні рівняння: а) $A \cdot X = B$; б) $X \cdot B = C$; в) $A \cdot X \cdot B = D$.

Завдання 5. Для матриці $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix}$ знайти обернену матрицю A^{-1} . Перевірити, що

$$A^{-1} \cdot A = E.$$

Завдання 6. Розв'язати СЛАР: а) за формулами Крамера; б) матричним методом; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 2, \\ 5x_1 + 7x_2 - 5x_3 = 2. \end{cases}$$

Завдання 7. Розв'язати однорідну СЛАР. Зробити перевірку: $\begin{cases} 3x_1 - 12x_2 + 15x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 15x_3 = 0, \\ x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases}$

Завдання 8. Дослідити СЛАР на сумісність, знайти загальний розв'язок. Зробити перевірку:

$$\text{а)} \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0, \\ 7x_1 + 14x_2 + 20x_3 + 27x_4 = 0, \\ 5x_1 + 10x_2 + 16x_3 + 19x_4 = -2, \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 13x_4 = 5; \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + x_3 + 4x_4 = 1, \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$$

Елементи лінійної алгебри

Варіант №30

Завдання 1. Обчислити визначники.

Визначник б) обчислити 3 способами: 1) за правилом Саррюса; 2) за правилом трикутників; 3) методом розкладання за елементами рядка (стовпця).

Визначник в) обчислити: 1) методом розкладання за елементами рядка (стовпця); 2) зведенням до трикутного вигляду.

а) $\begin{vmatrix} -7 & 6 \\ -6 & 8 \end{vmatrix};$

б) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \end{vmatrix};$

в) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & -4 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}.$

Завдання 2. Знайти всі можливі добутки матриць $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$

Завдання 3. Обчислити: а) значення виразу $G = 3B^2 - AC - 2D + B^T + C$; б) значення многочлена $f(x) = x^2 + 2x + 19$ від матриці A , якщо

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 3 & 13 \end{pmatrix}.$$

Завдання 4. Розв'язати матричні рівняння: а) $A \cdot X = B$; б) $X \cdot B = C$; в) $A \cdot X \cdot B = D$.

Завдання 5. Для матриці $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ знайти обернену матрицю A^{-1} . Перевірити, що

$$A^{-1} \cdot A = E.$$

Завдання 6. Розв'язати СЛАР: а) за формулами Крамера; б) матричним методом; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$$

Завдання 7. Розв'язати однорідну СЛАР. Зробити перевірку: $\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 - 11x_3 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 - 14x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 7x_3 = 0. \end{cases}$

Завдання 8. Дослідити СЛАР на сумісність, знайти загальний розв'язок. Зробити перевірку:

а) $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 5, \\ x_1 - 2x_2 - 5x_3 + x_4 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 2, \\ 3x_1 - x_2 - 5x_3 + x_4 = 8; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 4, \\ 2x_1 - 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 7, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 3. \end{cases}$

Елементи лінійної алгебри

ЗАГАЛЬНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКОВОЇ (САМОСТІЙНОЇ) РОБОТИ

Практикум «Елементи лінійної алгебри» складено для поглиблення та контролю знань, розвитку та закріплення навичок самостійної роботи студентів з вищої математики.

Для успішного виконання роботи треба:

1. Опанувати відповідний теоретичний матеріал з допомогою конспекту лекцій та рекомендованої літератури;
2. Ознайомитись з прикладами розв'язування типових задач;
3. Роботу над варіантами виконувати поетапно (в міру проходження відповідних тем лекційних та практичних занять).

При виконанні розрахункової (самостійної) роботи студент повинен дотримуватись таких вимог:

1. Номер варіанта індивідуального завдання співпадає з порядковим номером студента у списку навчальної групи;
2. Розрахункова (самостійна) робота виконується в окремому зошиті, який повинен містити:
 - Титульний аркуш;
 - Лист рецензії;
 - Розв'язані завдання (кожне завдання розв'язується з нового аркушу).
3. Перед розв'язуванням кожного завдання повністю переписується умова і всі конкретні дані до відповідного варіанта;
4. Розв'язування кожного завдання повинно супроводжуватись необхідними поясненнями;
5. Повністю завершену роботу треба здати на перевірку викладачу в зазначений термін.

Студенти, які не виконали індивідуальних завдань і не здали роботу вчасно, не допускаються до іспиту з дисципліни як такі, що не виконали навчальний план.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Сборник задач по математике (для ВТУЗов). Линейная алгебра и основы математического анализа. Под редакцией Ефимова А.В., Демидовича Б.П., – М. : Наука, Физматлит, 1981. – 464 с.
2. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в примерах и задачах. В 2-х частях. Ч. 1 : Учебное пособие для втузов. 5-е изд., испр. – М. : Высш. шк., 1999. – 304 с. : ил.
3. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика : Навч. посібн. – К. : А.С.К., 2006. – 648 с.
4. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра: Учеб. для втузов. – 4-е изд. – М. : Наука, Физматлит, 1999. – 296 с.
5. Письменный Д.Т. Конспект лекцій по высшей математике. 1 часть. – М.: Рольф, Физматлит, 2002. – 288 с. : ил.
6. Каплан И. А. Практические занятия по высшей математике. Ч. 5. – Харьков, Издательство Харьковского университета, 1972. – 412 с.
7. Щипачев В.С. Высшая математика. М.: Высш. шк., 1991. – 479 с.
8. Елементи лінійної алгебри (Визначники і матриці. Системи лінійних рівнянь). Метод. рекомендації до розв'язання задач теми дисципліни «Вища математика» Для студентів енергетичних спеціальностей усіх форм навчання / Уклад. : М.І. Черней, Г.К. Новикова, Н.Л. Денисенко. – К. : НТУУ «КПІ», 2013. – 44 с.
9. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты: Учебное пособие. 4-е изд., стер. – СПб.: Издательство “Лань”, 2005. – 240 с.

Елементи лінійної алгебри

ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
Варіант №1.....	4
Варіант №2.....	5
Варіант №3.....	6
Варіант №4.....	7
Варіант №5.....	8
Варіант №6.....	9
Варіант №7.....	10
Варіант №8.....	11
Варіант №9.....	12
Варіант №10.....	13
Варіант №11.....	14
Варіант №12.....	15
Варіант №13.....	16
Варіант №14.....	17
Варіант №15.....	18
Варіант №16.....	19
Варіант №17.....	20
Варіант №18.....	21
Варіант №19.....	22
Варіант №20.....	23
Варіант №21.....	24
Варіант №22.....	25
Варіант №23.....	26
Варіант №24.....	27
Варіант №25.....	28
Варіант №26.....	29
Варіант №27.....	30
Варіант №28.....	31
Варіант №29.....	32
Варіант №30.....	33
ЗАГАЛЬНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКОВОЇ (САМОСТІЙНОЇ) РОБОТИ	34
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ	35